Journal of Infrastructure and Construction Technology (2025), **3(1)**, 9–20
doi:10.56208/jictech.3.1.9-20

ARTICLE

Studi Analisis Penerapan Metode *Arc-Length* Dalam Mendeteksi Retak Awal Beton Bertulang

Dwi Rafifah* and Amanda Clara

Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Universitas Riau Kampus Bina Widya, Jl HR Subrantas KM 12 Pekanbaru 28293, Indonesia
*Corresponding author. Email: dwi.rafifah5347@student.unri.ac.id

(Received 28 September 2024; revised 18 November 2024; accepted 25 Desember 2024; first published online 15 Februari 2025)

Abstract

The implementation of the arc-length method to enhance early-crack sensitivity in finite element models of reinforced concrete. Indonesia's seismic vulnerability raises the importance of early crack detection for structural safety, particularly as cracks in reinforced concrete beams critically affect performance and integrity. The review compares three numerical modelling approaches—embedded reinforcement, Material Point Method (MPM), and Cracking Element Method (CEM) and analyzes their limitations in accurately capturing the onset of cracking. The embedded method often lacks sensitivity for early crack detection due to solver convergence challenges, MPM struggles with local stress concentration accuracy, and CEM depends heavily on precise crack initiation criteria. Integrating the arc-length method with these approaches significantly improves model stability and crack initiation sensitivity by enabling robust solution tracking through nonlinear and critical response phases. Case studies and referenced research demonstrate that arc-length-augmented approaches yield more reliable simulations, closely aligning with experimental results. This review concludes that the arc-length method provides a key numerical advance for early crack analysis in reinforced concrete, supporting safer earthquake-resistant design and maintenance strategies.

Keywords: Arc Length Method, Reinforced Concrete, Cracking, Finite Element Analysis

1. Pendahuluan

Indonesia merupakan negara yang rentan terhadap gempa bumi, karena Indonesia dilalui oleh jalur pertemuan 3 lempeng tektonik. Gempa bumi merupakan bencana alam yang tidak dapat diketahui kapan terjadi dan seberapa besarnya, yang dapat menimbulkan korban jiwa dan harta (Adeswastoto, Djauhari, and Suryanita 2017). Kerentanan bangunan terhadap getaran gempa bumi akan menyebabkan *cracking* yang dapat berakibat fatal bagi bangunan itu sendiri maupun orang yang ada didalamnya. Struktur bangunan di Indonesia membutuhkan pemodelan struktur tahan gempa agar bisa mendeteksi keretakan yang terjadi pada struktur tersebut.

Pada dasarnya, kebanyakan struktur di Indonesia dibangun menggunakan struktur beton bertulang seperti gedung bertingkat, jembatan, terowongan, dan lain-lain. Beton bertulang merupakan

© 2025. This is an Open Access article, distributed under the terms of the Creative Commons Attribution licence (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/), which permits unrestricted re-use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

material struktural yang sangat sering digunakan dalam konstruksi modern karena kekuatan dan ketahanannya. Meskipun beton bertulang dikenal karena kekuatan dan ketahanannya, masalah yang sering muncul adalah masalah retak pada material tersebut. Munculnya retak pada beton bertulang menjadi permasalahan penting yang memengaruhi kinerja dan keamanan struktur. Retak awal yang tidak terdeteksi dengan baik dapat menyebabkan perubahan kekakuan dan kapasitas beban, bahkan potensi kegagalan struktur (Wahid, Saputra, and Yachya 2025). Berbagai pemodelan retak pada beton bertulang melalui metode *finite element analysis* (FEA) banyak digunakan untuk studi perilaku struktural seperti model *embedded*, material point method (MPM), dan cracking element method (CEM). Namun, metode-metode tersebut memiliki keterbatasan dalam mendeteksi retak awal, sehingga memerlukan metode lain untuk dapat mendeteksi retak awal pada beton bertulang. Salah satu metode yang efektif dalam melacak perilaku nonlinier struktur melewati titik-titik kritis seperti fase retak awal dengan kriteria konvergensi yang lebih stabil dan sensitif adalah metode *arc-length*. Metode ini dapat meningkatkan akurasi prediksi respon struktural, sehingga risiko kegagalan dapat dimitigasi secara lebih baik.

Artikel ini bertujuan untuk mengkaji keterbatasan dan keterkaitan metode *embedded*, *material point method* (MPM), dan *cracking element method* (CEM) dalam menganalisis retak awal beton bertulang serta memberikan solusi melalui penerapan metode *arc-length* untuk meningkatkan sensitivitas analisis dan akurasi pemodelan numerik. Artikel ini akan dilanjutkan dengan tinjauan Pustaka mendalam yang membahas mengenai permasalahan sensitivitas retak awal pada analisis FEM serta akan memberikan solusi melalui metode *arc-length*.

2. Tinjauan Pustaka

2.1 Sensitivitas Retak Awal Pada Analisis FEM

Identifikasi awal terhadap kerusakan pada struktur beton bertulang sangat penting dalam menjaga keamanan dan daya tahan bangunan. Deteksi awal ini memungkinkan pengambilan langkah penanggualangan awal sebelum kerusakan berkembang lebih parah, sehingga dapat meningkatkan durabilitas dan daya tahan struktur sepanjang masa layanannya serta menghindari terjadinya kegagalan struktural yang berpotensi membahayakan. Dalam hal ini, simulasi numerik berperan sebagai alat yang sangat efektif untuk memodelkan dan memprediksi perilaku kerusakan secara detail, termasuk lokasi dan perkembangan retak, sehingga memberikan gambaran yang komprehensif mengenai kondisi struktural yang sulit diamati secara langsung. Retak awal pada beton bertulang merupakan fase pertama munculnya kerusakan ketika tegangan tarik melampaui kapasitas tarik beton, namun fase ini sangat sulit dideteksi secara akurat. Kesulitan ini disebabkan oleh sifat beton yang memiliki kuat tarik rendah dan sangat bervariasi, sehingga lokasi dan waktu munculnya retak tidak selalu dapat diprediksi. Selain itu, retak awal muncul dalam skala mikro sehingga tidak terlihat secara visual dan sering kali tidak dapat ditangkap oleh sensor atau metode pengujian konvensional. Pada saat retak terbentuk, struktur mengalami perubahan kekakuan yang sangat cepat, menyebabkan fenomena nonlinear pada elemen struktur sulit ditelusuri baik secara eksperimen maupun pemodelan numerik. Metode analisis elemen hingga (*FEM*) klasik juga memiliki keterbatasan, terutama pada stabilitas *solver* di daerah *softening*, sehingga transisi dari kondisi elastis ke retak awal tidak terdeteksi.

Analisis elemen hingga (*Finite Element Analysis*/FEA) merupakan teknik numerik yang banyak digunakan dalam rekayasa sipil untuk menganalisis perilaku struktur beton bertulang secara mendetail dan akurat. Beton bertulang terdiri dari dua material dengan karakteristik berbeda, yaitu beton yang kuat terhadap gaya tekan namun lemah terhadap gaya tarik, serta baja tulangan yang kuat terhadap gaya tarik dan lemah terhadap gaya tekan. Dari banyaknya analisis elemen hingga, artikel ini membahas beberapa metode yang dianggap mewakili pendekatan utama dalam pemodelan sensitivitas retak awal. Setiap metode memiliki kelemahan tertentu, sehingga memberikan permasalahan yang lebih komprehensif mengenai perilaku retak pada struktur beton bertulang. Berikut beberapa metode yang akan dibahas.

1. Metode *embedded*. Model *embedded reinforcement* adalah salah satu pendekatan pemodelan tulangan dalam FEA, di mana tulangan baja dimodelkan tertanam di dalam elemen beton secara terpisah dengan nodenya yang tidak sama, tetapi tetap menjaga kesesuaian perpindahan (*compatibility*) antar keduanya secara matematis. Pendekatan ini memungkinkan pemodelan interaksi beton dan tulangan secara realistis terutama dalam simulasi *non-linear*, di mana material mengalami perubahan perilaku dari elastis hingga retak (Novrian, Alami, and Isneini 2021). Metode *embedded* sering digunakan dalam menganalisis pemodelan retak pada beton bertulang, namun metode *embedded* memiliki keterbatasan dalam sensitivitas terhadap kondisi retak awal yang penting untuk akurasi simulasi perilaku beton bertulang (Ramos et al. 2016; Lin and Karadelis 2019). Kesulitan *solver* numerik dalam mencapai konvergensi pada area perubahan respon yang sangat tajam, seperti saat fase awal retak, menjadi penyebab utama masalah ini. Banyak algoritma iteratif standar tidak mampu melewati titik-titik kritis tersebut, sehingga seringkali tanda-tanda awal retakan tidak terdeteksi dengan baik. Oleh sebab itu, pemodelan *non-linear* menggunakan *embedded reinforcement* memerlukan dukungan dari metode solusi numerik yang mampu menelusuri perubahan respon struktur dengan akurat, khususnya pada tahap awal munculnya retak.
2. *Material Point Method*. *Material point method* (MPM) adalah metode numerik yang menggabungkan konsep partikel (*material point*) dengan *mesh* latar (*background grid*) untuk menganalisis perilaku material padat maupun fluida. Setiap *material point* menyimpan informasi penting seperti massa, tegangan, regangan, dan sifat material. Lalu data diproyeksikan kembali ke *material point*, sementara *mesh* direset pada tiap langkah waktu. Dengan mekanisme ini MPM mampu mengatasi masalah yang sering muncul pada metode elemen hingga (*FEM*) klasik, terutama distorsi *mesh* ketika terjadi deformasi besar atau kerusakan material (Gavin et al. 2024). Namun, retak awal pada MPM sulit ditangkap secara akurat karena sifat berbasis partikel dari metode ini. Retak awal biasanya terjadi pada skala yang sangat lokal (mikro), sementara jumlah dan distribusi *material point* yang terbatas membuat konsentrasi tegangan di area tersebut tidak terekam dengan baik. Akibatnya, momen munculnya retak awal bisa terlewat atau hanya terdeteksi saat retakan sudah cukup besar.
3. *Cracking Element Method*. *Cracking element method* (CEM) adalah metode numerik berbasis *finite element* yang digunakan untuk memodelkan retak (*crack*) secara eksplisit di dalam elemen. Retakan dianggap sebagai elemen khusus yang bisa muncul atau terbuka saat tegangan tarik melampaui kekuatan tarik material. Dengan cara ini, jalur retak (*crack path*) tidak harus ditentukan sebelumnya, melainkan muncul secara alami dari distribusi tegangan dan kondisi material (Ramos et al. 2016). *Cracking element method* (CEM) lebih realistis untuk material getas seperti beton karena mampu menangkap inisiasi, propagasi, hingga percabangan retak, meskipun menuntut formulasi numerik lebih kompleks dan sering memerlukan bantuan metode lain agar analisis tetap stabil pada tahap pasca puncak (Zhou et al. 2020).

2.2 Metode arc-length

Analisis FE dengan metode *embedded*, *material point method*, *cracking element method* kurang lebih memiliki kelemahan yang sama yaitu tidak dapat mendeteksi retak awal pada beton bertulang. Salah satu metode FEM yang dapat membantu mengatasi masalah retak awal adalah metode *arc-length* (Effendi 2020). Metode *arc-length* adalah teknik solusi numerik yang dirancang untuk menjaga kestabilan proses perhitungan dalam analisis nonlinier pada saat struktur menghadapi kondisi kritis, seperti fenomena *softening*, inisiasi retak, serta perilaku *snap-through* dan *snap-back*.

Pada kasus retak awal beton bertulang, metode *arc-length* bekerja dengan menjaga stabilitas perhitungan numerik ketika struktur mulai mengalami penurunan kekakuan akibat munculnya retakan mikro. Prosesnya diawali dengan penentuan panjang langkah atau *arc length* Δs yang berfungsi sebagai batas gerak solusi pada setiap iterasi agar respon struktur tetap berada pada lintasan kesetimbangan. Setelah itu, *solver* menyusun persamaan kesetimbangan nonlinier berdasarkan

matriks kekakuan yang dipengaruhi perubahan material akibat retak. *Solver* kemudian membuat prediksi awal perubahan perpindahan dan perubahan faktor skala beban, walaupun prediksi ini biasanya belum mencerminkan kondisi retak yang sebenarnya. Untuk memastikan prediksi tersebut tetap berada pada lintasan yang benar, persamaan batasan *arc-length* diterapkan sehingga perubahan beban dan perpindahan tetap berada dalam jarak tertentu. Proses ini dilanjutkan dengan koreksi iteratif menggunakan metode Newton-Raphson untuk menyelesaikan persamaan kesetimbangan dan batasan *arc-length* secara simultan. Ketika retak awal mulai muncul dan struktur memasuki fase *softening*, metode kontrol beban biasa akan kehilangan kestabilan, namun *arc-length* mampu menjaga *solver* tetap konvergen dengan menyesuaikan kombinasi beban dan perpindahan. Setelah iterasi memenuhi toleransi konvergensi, nilai beban, perpindahan, serta lokasi retak diperbarui, dan *solver* bergerak ke titik berikutnya. Dengan cara ini, metode *arc-length* dapat menelusuri respons struktur melewati titik puncak dan fase penurunan kekakuan, sehingga retak awal dapat terdeteksi lebih akurat dan perkembangan kerusakan dapat dipantau secara berkelanjutan.

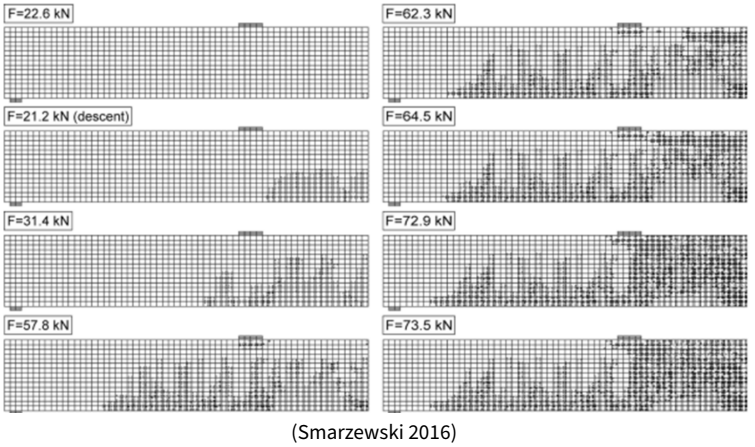
Dengan *arc-length*, jalur beban perpindahan tetap bisa ditelusuri meski terjadi *softening* atau *snap-back*, sehingga sensitivitas terhadap retak awal meningkat dan momen inisiasi retak dapat ditangkap lebih jelas (Gavin et al. 2024; Zhou et al. 2020).

3. Aplikasi Metode *Arc-Length* terhadap Kekurangan FEM dalam Sensitivitas Retak Awal

3.1 Pendekatan FEM dengan Metode Arc-Length

Penelitian numerik yang dilakukan oleh Smarzewski (2016) bertujuan untuk mengevaluasi perilaku balok beton bertulang dengan pendekatan metode *Finite Element* (FEM) yang diselesaikan menggunakan algoritma *Arc-Length Method*. Pemodelan dilakukan di program ANSYS dengan elemen beton *solid* dan tulangan baja *diskrit*. Model material beton menggunakan kriteria Willam–Warnke dengan sifat nonlinier berupa *crushing* pada tekan dan *stiffening* pada tarik, sedangkan tulangan dimodelkan sebagai material elastis-plastis *bilinear*.

Analisis dilakukan pada balok uji C1 dari penelitian eksperimental Buckhouse (1997). Balok dimodelkan seperempat bagian dengan kondisi simetri. Beban diterapkan secara bertahap sampai kegagalan terjadi. *Arc-Length Method* dipilih untuk menyelesaikan persamaan nonlinier karena mampu menelusuri kurva beban–lendutan secara penuh, termasuk fase *softening* lokal akibat retak awal maupun *softening* global akibat hancurnya beton.



(Smarzewski 2016)

Figure 1. Evolution of crack patterns

Gambar 1 yang merupakan hasil penelitian Smarzewski (2016) pada benda balok uji C1 menunjukkan perkembangan retak pada balok bertulang menggunakan pendekatan metode *finite element*

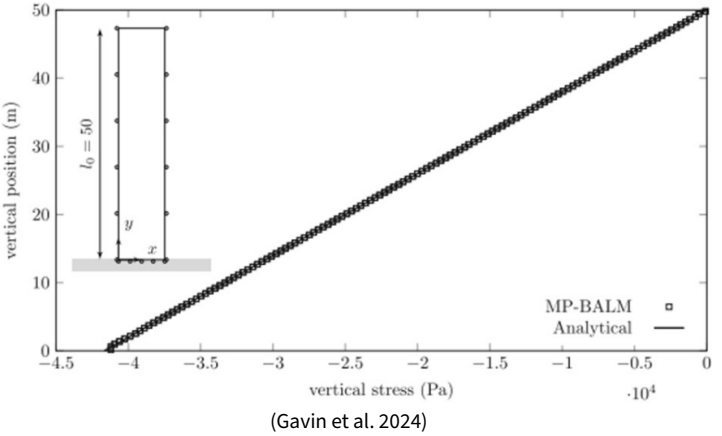
dengan metode *arc-length* melalui program ANSYS. Hasil menunjukkan bahwa pada retak pertama muncul di daerah momen konstan (tengah bentang) yang terjadi pada beban ±22,6 kN. Retak ini biasanya retak lentur vertikal akibat tegangan tarik melebihi kuat tarik beton. Retak kedua muncul saat beban lebih tinggi, berkembang dari retak pertama ke arah horizontal menuju tumpuan dimana pada retak kedua, perkembangan retak mulai bercabang yang menunjukkan distribusi tegangan tarik yang lebih luas.

Retak ketiga terjadi ketika mendekati beban 57,8 kN dimana mulai muncul retak geser diagonal di daerah *shear-span* (antara tumpuan dan beban terpusat) yang menandakan kombinasi retak lentur dan geser. Retak keempat (*crushing / compressive cracks*) terjadi saat beban mendekati maksimum (sekitar 68–72 kN). Pada retak ini, Beton pada serat atas balok mengalami *crushing* (hancur karena tekan). Inilah tahap keruntuhan, ditandai juga dengan naiknya garis netral ke bagian atas balok.

Dari hasil perkembangan retak pada balok bertulang C1 menunjukkan bahwa *arc-length method* terbukti efektif untuk menganalisis perilaku non-linier balok beton bertulang, karena mampu menggambarkan jalur beban–lendutan secara lengkap serta memprediksi perkembangan retak dan keruntuhan.

3.2 Material Point Method

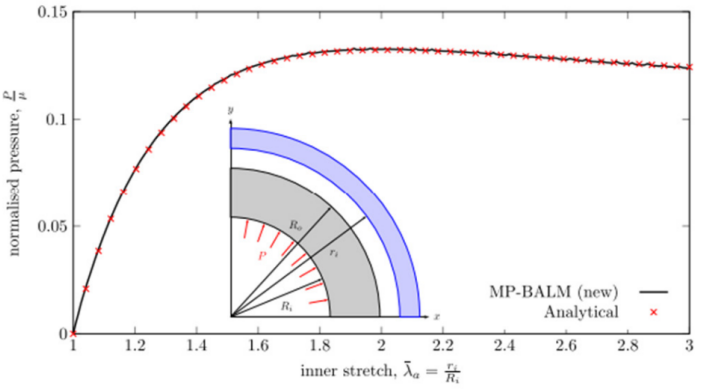
Penelitian oleh Gavin et al. (2024) mengembangkan dan mengimplementasikan metode *Material Point Method* berbasis *arc-length* (MP-BALM). *Material Point Method* (MPM) ini merupakan teknik numerik yang digunakan dalam pemodelan mekanika padat dengan deformasi besar, di mana titik-titik material bergerak melalui *grid* atau *background mesh*. Namun, salah satu keterbatasan MPM konvensional adalah kesulitan dalam melacak respon beban terhadap perpindahan ketika terjadi perubahan kritis jalur keseimbangan seperti *snap-through* atau *snap-back*. Untuk mengantisipasi hal tersebut, penelitian ini mengintegrasikan kerangka kerja metode *arc-length* yang umum dipakai dalam *finite element method* (FEM), ke dalam formulasi MPM secara implisit dan kuasi-statis dengan sejumlah penyesuaian khusus. Penyesuaian ini meliputi pengendalian inkremen perpindahan serta gaya secara lebih terukur untuk meningkatkan stabilitas dan efisiensi pelacakan jalur beban perpindahan, termasuk saat terjadi fenomena nonlinier yang sulit diprediksi.



(Gavin et al. 2024)

Figure 2. Compression of an elastic column under self weight

Berdasarkan Gambar 2 (benda uji kolom elastis dengan beban sendiri) membandingkan dua metode penyelesaian numerik yakni MPM konvensional dan MP-BALM. MPM konvensional menggunakan jumlah langkah beban yang sama rata (*40 load steps*) sedangkan MP-BALM menggunakan *load steps* yang bervariasi. Jika jumlah *load steps* pada MP-BALM semakin banyak, maka hasil tingkat

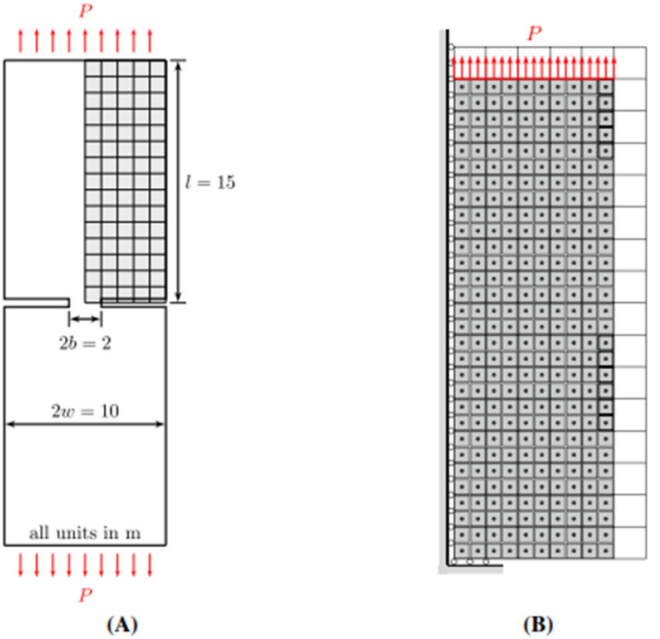


(Gavin et al. 2024)

Figure 3. Hyperelastic cylinder under internal pressure

konvergensi akan mendekati atau hampir sama dengan tingkat konvergensi MPM konvensional. Namun MP-BALM lebih stabil jika dibandingkan dengan MPM konvensional.

Silinder hiperelelastis yang diuji dengan tekanan dalam menunjukkan dua hasil perbandingan berbeda antara metode MPM konvensional dengan MP-BALM. pendekatan tradisional pada *arc-length solver* cenderung lebih lambat dalam mengikuti jalur kesetimbangan karena terbatas oleh perpindahan nodal pada elemen-elemen yang hanya sebagian terisi. Pendekatan MP-BALM yang menggunakan penskalaan perpindahan nodal menghasilkan hasil yang lebih konsisten dan stabil, terutama saat ada variasi dalam distribusi *material points* (MP).

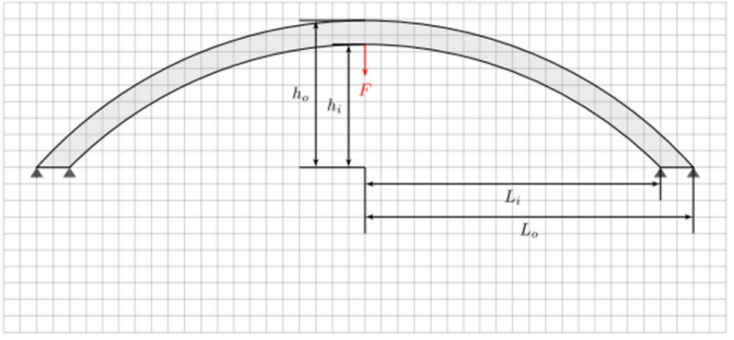


(Gavin et al. 2024)

Figure 4. Double notched plate: (A) Problem geometry and (B) computational mesh and MP distribution

MP-BALM pada pengujian lengkung dengan beban titik menunjukkan kapasitasnya dalam

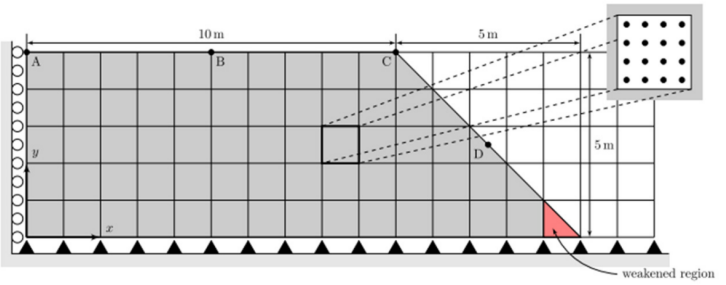
mengatasi respons non-linear yang rumit seperti fenomena *snap-through*. Metode ini dapat meniru respons *snap-through* saat lengkung ditarik melewati garis dasar, sekaligus mendeteksi puncak beban pada langkah beban ke-19 dengan deformasi signifikan pada pusat lengkung dan pembengkakan pada sisi kiri dan kanan. Setelah titik puncak, material mengalami pelunakan dan deformasi berlanjut hingga mencapai titik diam pada langkah ke-84. Selanjutnya, material kembali mengeras, memerlukan beban tambahan untuk deformasi lebih lanjut, sehingga perpindahan pusat lengkung mencapai sekitar 8,2 m pada langkah ke-139. Hasil ini menunjukkan bahwa MP-BALM mampu mengikut jalur kesetimbangan yang kompleks dengan tingkat stabilitas dan akurasi tinggi, termasuk saat menghadapi deformasi besar, sehingga metode ini unggul dalam mensimulasikan struktur dengan perilaku non-linear yang kompleks dibanding metode konvensional.



(Gavin et al. 2024)

Figure 5. arch with applied point load

MP-BALM pada pengujian lengkung dengan beban titik menunjukkan kapasitasnya dalam mengatasi respons non-linear yang rumit seperti fenomena snap-through. Metode ini dapat meniru respons snap-through saat lengkung ditarik melewati garis dasar, sekaligus mendeteksi puncak beban pada langkah beban ke-19 dengan deformasi signifikan pada pusat lengkung dan pembengkakan pada sisi kiri dan kanan. Setelah titik puncak, material mengalami pelunakan dan deformasi berlanjut hingga mencapai titik diam pada langkah ke-84. Selanjutnya, material kembali mengeras, memerlukan beban tambahan untuk deformasi lebih lanjut, sehingga perpindahan pusat lengkung mencapai sekitar 8,2 m pada langkah ke-139. Hasil ini menunjukan bahwa MP-BALM mampu mengikut jalur kesetimbangan yang kompleks dengan tingkat stabilitas dan akurasi tinggi, termasuk saat menghadapi deformasi besar, sehingga metode ini unggul dalam mensimulasikan struktur dengan perilaku non-linear yang kompleks dibanding metode konvensional.



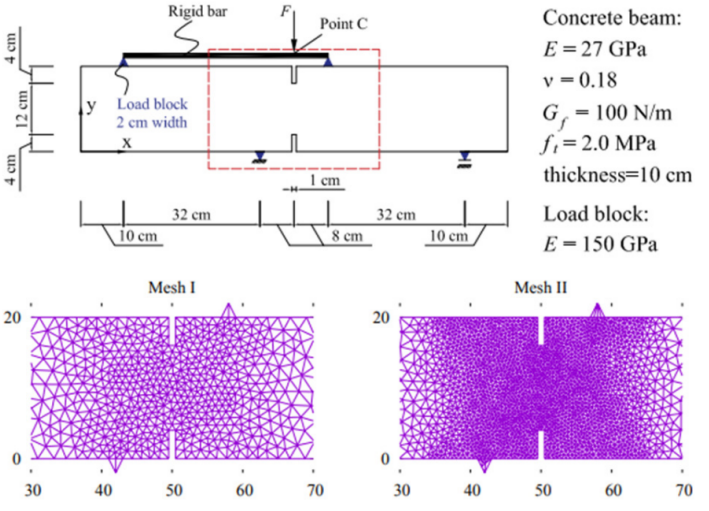
(Gavin et al. 2024)

Figure 6. Slope failure pada Model talud elasto-plastis

Pada model *slope failure* talud elasto-plastis, lereng dimodelkan sebagai material yang awalnya elastis kemudian mengalami plastisitas dan *softening* hingga terbentuk bidang longsor. Saat material melemah, hubungan beban–perpindahan menjadi tidak stabil dan sering menimbulkan *snap-through* atau *snap-back*, sehingga metode iterasi biasa gagal konvergen. Metode *arc-length* diterapkan kedalam formulasi MP-BALM mengatasi masalah dengan mengontrol perubahan beban dan perpindahan agar *solver* tetap berada pada jalur keseimbangan. Dengan demikian, proses keruntuhan lereng dari awal deformasi hingga runtuh total dapat ditelusuri secara stabil dan akurat.

3.3 Cracking Element Method

Penelitian yang dilakukan oleh Zhang et al. (2020), berfokus pada pengembangan dan penerapan *Cracking Elements Method* (CEM) yang dipadukan dengan pendekatan *arc-length* berbasis energi terdisipasi secara langsung untuk mensimulasikan retak pada material quasi-getas seperti beton. Metode ini memanfaatkan energi yang terdisipasi akibat pembukaan retak dan gaya kohesif pada permukaan retak sebagai variabel kontrol dalam pemodelan numerik. Pendekatan ini memungkinkan pelacakan jalur retak secara otomatis di dalam model tanpa harus mengikuti jalur retak secara eksplisit dan mampu mengatasi ketidakstabilan numerik seperti *snap-back* dan *snap-through* selama analisis beban retak. Benda uji yang digunakan adalah elemen struktur dan material quasi-getas yang mengalami proses retak dan kegagalan, dengan simulasi numerik yang meliputi pengujian *beam*, pelat dan struktur retak kompleks.



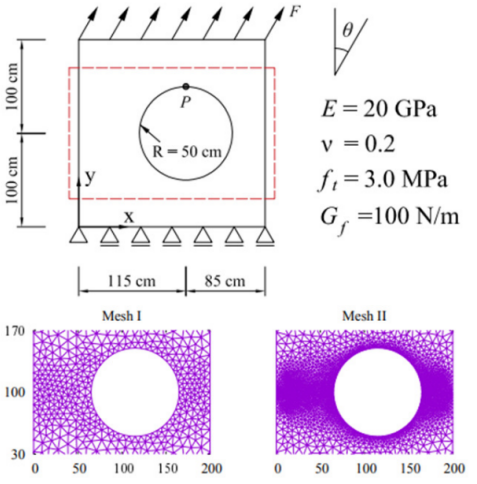
(Zhang et al. 2020)

Figure 7. Model, Material dan Meshes Bending Balok Beton dengan Dua Lekukan

Zhang et al. (2020) mengintegrasikan arc-length berbasis energi terdipasi dengan cracking element method (CEM) untuk material quasi-getas. Benda uji yang digunakan terdiri dari tiga jenis elemen struktur (Balok beton dengan dua lekukan, Pelat berlubang, dan specimen dengan banyak retakan) yang mewakili berbagai tingkat kompleksitas perilaku retak pada material quasi-getas.

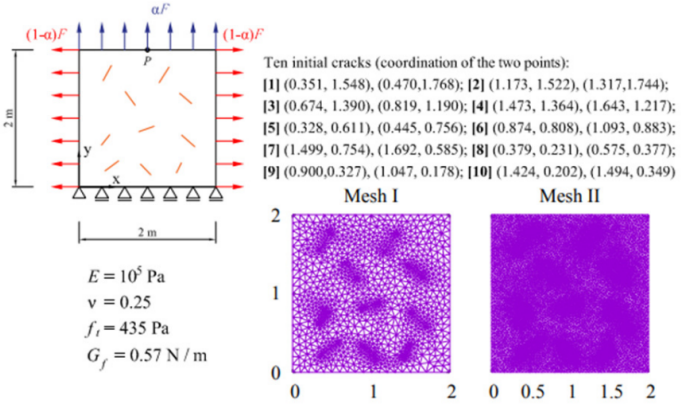
Zhang et al. (2020) mengintegrasikan *arc-length* berbasis energi terdisipasi dengan *cracking element method* (CEM) untuk material quasi-getas. Benda uji yang digunakan terdiri dari tiga jenis elemen struktur (Balok beton dengan dua lekukan, Pelat berlubang, dan *specimen* dengan banyak retakan) yang mewakili berbagai tingkat kompleksitas perilaku retak pada material quasi-getas.

Pada Gambar 7, digunakan balok beton dengan dua lekukan (*double-notched beam*), yaitu balok yang diberi dua takikan simetris pada bagian bawahnya. Takikan ini berfungsi sebagai pemicu



(Zhang et al. 2020)

Figure 8. Model, Material dan Meshes pada Plat Berlubang



(Zhang et al. 2020)

Figure 9. Model, Material dan Meshes pada Specimen dengan Banyak Retakan

konsentrasi tegangan sehingga retak awal dapat diprediksi dan diamati dengan jelas. Benda uji ini sangat ideal untuk menguji kemampuan CEM dalam mensimulasikan inisiasi retak lentur, propagasinya sepanjang arah dominan tegangan tarik, serta fenomena ketidakstabilan numerik seperti *snap-back* pada kurva gaya-perpindahan. Gambar 8 menggunakan pelat berlubang, pelat ini memiliki lubang di tengah yang secara alami menghasilkan konsentrasi tegangan tinggi pada tepi lubang, sehingga retak dapat muncul pada lokasi yang sulit diprediksi. Melalui pelat berlubang, CEM diuji dalam memodelkan jalur retak yang kompleks, termasuk retak tarik dan retak geser yang tidak mengikuti arah tertentu, sehingga menilai sejauh mana metode ini mampu mengendalikan propagasi retak tanpa memerlukan penentuan jalur retak secara manual. Gambar 9 menggunakan spesimen dengan banyak retakan (*multiple-crack specimen*), yaitu geometri yang memungkinkan retak muncul di berbagai titik secara simultan. Benda uji ini merupakan tantangan tertinggi bagi metode numerik karena memerlukan kemampuan untuk menangani interaksi antar-retakan, percabangan retak, serta propagasi retak otomatis tanpa kehilangan stabilitas numerik.

Melalui ketiga jenis benda uji tersebut, penelitian menunjukkan bahwa CEM yang dipadukan dengan pendekatan *arc-length* mampu mensimulasikan perilaku retak secara akurat dan stabil, bahkan pada kondisi kompleks seperti retak multipel dan ketidakstabilan struktural.

4. Hasil dan Pembahasan

Tabel 1 diatas menjelaskan bahwa metode *arc-length* mampu menjadi Solusi dari keterbatasan yang dimiliki ketiga metode FEM diatas dalam mengatasi sensitivitas retak awal pada beton bertulang. Keterbatasan metode *embedded* dalam menghadapi kesulitan *solver* numerik yang tidak mampu melewati titik-titik kritis seperti saat fase awal retak sehingga tanda awal retakan tidak dapat terdeteksi mampu diatasi dengan metode *Arc-Length* melalui penelitian yang dilakukan oleh (Smarzewski 2016). Hasil pemodelan dengan balok uji C1 dari penelitian eksperimental Buckhouse, (1997) melalui program ANSYS menampilkan evolusi pola retak pada balok beton bertulang secara bertahap yakni mulai dari retak awal (22,6 kN) sampai terjadinya keruntuhan (68-72 kN) sehingga metode *Arc-Length* mampu memberikan gambaran mengenai jalur beban-lendutan secara lengkap membuat metode ini berhasil memprediksi perkembangan retak.

Table 1. Rangkuman Tinjauan Literatur Mengenai Penerapan Metode Arc-Length

No	Penulis	Objek Studi Kasus	Metode Numerik Pertama	Kontribusi Metode Arc-Length
1	Smarzewski (2016)	Balok uji C1 dari penelitian (eksperiment Buckhouse, 1997)	(Finite Element Method/FEM) dengan Embedded Reinforcement	Mampu memberikan gambaran mengenai jalur beban-lendutan secara lengkap membuat metode ini berhasil memprediksi perkembangan retak pada 22,6 Kn yang sesuai dengan hasil eksperimen
2	Zhang et al. (2020)	Balok beton dengan 2 Lekukan, plat berlubang, specimen dengan banyak retakan	Cracking Elements Method (CEM) berbasis energi terdisipasi	CEM berbasis energi terdisipasi melalui pendekatan arc-length sangat baik dan stabil dalam menangkap puncak beban yang dibuktikan melalui perkembangan retak yang terjadi secara otomatis serta kemampuan untuk melacak kurva hubungan antara gaya dan perpindahan secara terus-menerus
3	Gavin et al. (2024)	Kolom elastis dengan beban sendiri, silinder hiperelelastis, pelat tipis dengan dua takikan, lengkungan dengan beban titik terpusat, talud elasto-plastis	Material Point Method-Based Arc-Length Method (MP-BALM)	Mampu mengantisipasi terjadinya snap trough atau snap back dengan pengembangan MPM berbasis arc-length (MP-BALM) melalui skema berbasis penskalaan perpindahan nodal

Sensitivitas retak awal yang dideteksi dengan *Cracking Element Method* (CEM) memerlukan bantuan metode lain agar hasil analisis tetap stabil pada tahap pasca puncak. Hal ini dapat diatasi dengan metode *Arc-Length* melalui penelitian yang dilakukan oleh Zhang et al. (2020). Hasil penelitian menunjukkan bahwa CEM berbasis energi terdisipasi melalui pendekatan *arc-length* sangat baik dan stabil dalam menangkap puncak beban yang dibuktikan melalui perkembangan retak yang terjadi secara otomatis serta kemampuan untuk melacak kurva hubungan antara gaya dan perpindahan secara terus-menerus.

Penelitian oleh Gavin et al. (2024) membuktikan bahwasanya metode *Arc-Length* mampu mengantisipasi keterbatasan *Material Point Method* (MPM) yakni, *snap-through* atau *snap back* dengan pengembangan MPM berbasis *arc-length* (MP-BALM) melalui skema berbasis penskalaan perpindahan nodal. Hasil simulasi ekspansi silinder hiperelastik membuktikan bahwa MP-BALM dapat memperlihatkan stabilitas lebih baik dan akurasi dalam menangani perubahan beban yang mendadak dan perilaku non-linier material sehingga metode *Arc-Length* dalam MP-BALM dapat mengatasi *snap back* secara implisit dan kuasi-statis dengan sejumlah penyesuaian khusus.

5. Kesimpulan

- Analisis numerik dengan metode *arc-length* menunjukkan kemampuan untuk menelusuri kurva beban–lendutan secara penuh, termasuk fase *softening* lokal akibat retak awal dan *softening* global akibat hancurnya beton. Hasil numerik menunjukkan kesesuaian yang sangat baik dengan hasil eksperimen, sehingga metode ini dinilai lebih stabil dan efektif dibandingkan prosedur iteratif konvensional..
- *Cracking Elements Method* (CEM) yang dikombinasikan dengan metode *arc-length* berbasis energi terdisipasi secara langsung memberikan pendekatan yang stabil dan andal untuk simulasi retak pada material quasi-getas, mampu menangkap puncak beban dan fenomena *snap-back* dalam struktur dengan retak multipel, serta mendukung propagasi retak otomatis tanpa perlu pelacakan jalur retak manual.
- Pengembangan *Material Point Method* berbasis *arc-length* (MP-BALM) mampu untuk mengatasi keterbatasan dalam melacak respons perilaku nonlinier seperti fenomena *snap-through* pada material dengan deformasi besar terbukti memberikan hasil simulasi yang lebih stabil, efisien, dan akurat, sekaligus mampu meminimalisir masalah *volumetric locking* serta mengurangi kebutuhan proses *remeshing*.

References

Adeswastoto, Hanantatur, Zulfikar Djauhari, and Reni Suryanita. 2017. *Siklus : Jurnal Teknik Sipil* 3, no. 2 (October): 86–99. https://doi.org/10.31849/siklus.v3i2.383.

Effendi, Mahmud. 2020. Non-linear finite element analysis of flexural reinforced concrete beam using embedded reinforcement modeling. *Journal of the Civil Engineering Forum* 6 (3): 271–284. ISSN: 2549-5925. https://doi.org/10.22146/jcef.55960.

Gavin, Nathan D., Giuliano Pretti, William M. Coombs, John C. Brigham, and Charles E. Augarde. 2024. On the implementation of a material point-based arc-length method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 125 (9): e7438. https://doi.org/https://doi.org/10.1002/nme.7438.

Iman, Miftahul, Lisa Okri Nelfia, and Edison Hatoguan Manurung. 2023. Analisis kekuatan struktur rangka baja atap menggunakan metode elemen hingga 2d. *Indonesian Journal Of Construction Engineering and Sustainable Development (CESD)* 6, no. 2 (December). https://doi.org/10.54732/i.v1i1.1007.

Lin, Yougui, and John N. Karadelis. 2019. Interfacial fracture toughness of composite concrete beams. *Construction and Building Materials* 213:413–423. ISSN: 0950-0618. https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.04.066.

Novrian, Ridho Rizky, Fikri Alami, and Mohd. Isneini. 2021. Analisis elemen hingga pada balok beton bertulang dengan perkuatan wiremesh. *Jurnal Rekayasa Sipil dan Desain (JRSDD)* 8, no. 4 (November): 733–742. https://doi.org/10.23960/jrsdd.v8i4.1537.

Ramos, Ismael Sánchez, Omar Aït-Salem Duque, M'Consuelo Huerta Gómez de Merodio, and Natalia Pozhilova. 2016. Cracking study of a reinforced concrete beam. XV Portugese Conference on Fracture, PCF 2016, 10-12 February 2016, Paco de Arcos, Portugal, *Procedia Structural Integrity* 1:257–264. ISSN: 2452-3216. https://doi.org/10.1016/j.prostr.2016.02.035.

Smarzewski, Piotr. 2016. Numerical solution of reinforced concrete beam using arc-length method. *Biuletyn Wojskowej Akademii Technicznej* 65 (1): 33–46. https://doi.org/10.5604/12345865.1197966.

Wahid, Muhammad Ishomuddin, Elvis Saputra, and Muchamad Amirul Yachya. 2025. Studi eksperimental pengaruh rasio tulangan lentur terhadap mekanisme keruntuhan balok beton bertulang. *JMTS: Jurnal Mitra Teknik Sipil* 8, no. 3 (August): 685–696. https://doi.org/10.24912/jmts.v8i3.33599.

Zhang, Yiming, Junguang Huang, Yong Yuan, and Herbert Mang. 2020. *Direct dissipation-based arc-length approach for the cracking elements method.* arXiv: 2007.12594 [cs.CE]. https://arxiv.org/abs/2007.12594.

Zhou, Ying, Haifei Zhan, Weihong Zhang, Jihong Zhu, Jinshuai Bai, Qingxia Wang, and Yuantong Gu. 2020. A new data-driven topology optimization framework for structural optimization. *Computers & Structures* 239:106310. ISSN: 0045-7949. https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2020.106310.